

유형 01 이차방정식의 풀이

(1) 인수분해에 의한 풀이

$$(ax-b)(cx-d)=0 \text{ 이면 } x=\frac{b}{a} \text{ 또는 } x=\frac{d}{c}$$

(2) 근의 공식에 의한 풀이

① $ax^2+bx+c=0$ 의 근은 $\Rightarrow x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

② $ax^2+2b'x+c=0$ 의 근은 $\Rightarrow x=\frac{-b' \pm \sqrt{b'^2-ac}}{a}$

0388 대표문제

이차방정식 $2(x-1)^2=x^2-2x+3$ 의 해는?

- ① $x=-1 \pm \sqrt{2}$ ② $x=-1 \pm \sqrt{3}$ ③ $x=1 \pm \sqrt{2}$
 ④ $x=1 \pm \sqrt{3}$ ⑤ $x=2 \pm \sqrt{2}$

0389 상충해

이차방정식 $3x^2-3\sqrt{2}x+2=0$ 의 해를 구하여라.

0390 상충해

두 실수 a, b 에 대하여 $a \circ b = ab - a - b$ 로 정의할 때, $(x \circ x) - (x \circ 1) = 4$ 를 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 합은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

중요

유형 02 한 근이 주어진 이차방정식

이차방정식의 한 근이 주어지면

\Rightarrow 근을 방정식에 대입하여 다른 근을 구한다.

0391 대표문제

x 에 대한 이차방정식 $x^2-ax+2=0$ 의 한 근이 $1+\sqrt{3}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $-2\sqrt{3}$ ② -2 ③ 2
 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 3

0392 상충해 선술형

x 에 대한 이차방정식 $(k-2)x^2+x+k^2-2k-1=0$ 의 두 근이 1, a 일 때, 상수 k, a 에 대하여 $k+a$ 의 값을 구하여라.

0393 상충해

이차방정식 $kx^2+ax+(k+1)b=0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 $x=1$ 을 근으로 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

유형 03 이차항의 계수가 무리수인 이차방정식의 풀이

이차항의 계수가 무리수이면 $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})=a^2-b$ 임을 이용하여 이차항의 계수를 유리화한 후 해를 구한다.

0394 대표 문제

이차방정식 $(2-\sqrt{3})x^2-x-1+\sqrt{3}=0$ 의 해를 구하여라.

0395 상중하

방정식 $(\sqrt{2}-1)x^2-(3-\sqrt{2})x+\sqrt{2}=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $2\alpha-\beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha < \beta$)

유형 04 이차방정식의 근을 이용하여 식의 값 구하기

근을 주어진 방정식에 대입한 후 적절히 변형하여 식의 값을 구한다.

0396 대표 문제

이차방정식 $3x^2-2x+6=0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha^2+\frac{4}{\alpha^2}$ 의 값을 구하여라.

0397 상중하

이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha^3-\frac{1}{\alpha^3}$ 의 값을 구하여라.

유형 05 절댓값 기호를 포함한 이차방정식

$$\sqrt{A^2}=|A|=\begin{cases} A & (A \geq 0) \\ -A & (A < 0) \end{cases}$$

위의 성질을 이용하여 절댓값 기호 안의 식이 0이 되는 값을 기준으로 범위를 나누어 절댓값 기호를 없애고 푼다. 이때 범위를 만족시키는 것만을 근으로 함에 유의한다.

0398 대표 문제

두 실수 a, b 에 대하여 연산 \odot 를

$$a \odot b = ab + a + b$$

로 정의할 때, 방정식 $|2 \odot x| = x^2 - 2$ 를 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱은?

- ① -12 ② -7 ③ 0
- ④ 7 ⑤ 12

0399 상중하

다음 물음에 답하여라.

- (1) 방정식 $|x|^2 - 2|x| - 2 = 0$ 의 모든 근의 곱을 구하여라.
- (2) 방정식 $x^2 - |x| - 2 = \sqrt{(x-1)^2}$ 의 모든 근의 합을 구하여라.

0400 상중하 선술형

x 에 대한 방정식 $|x^2+(a+2)x+a^2|=1$ 의 한 근이 -2 일 때, 모든 실수 a 의 값의 곱을 구하여라.

중요

유형 07 이차방정식의 근의 판별

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c 는 실수)의 판별식 $D=b^2-4ac$ 라 할 때,

- (1) $D > 0$ 이면 서로 다른 두 실근
 - (2) $D = 0$ 이면 중근(서로 같은 두 실근)
 - (3) $D < 0$ 이면 서로 다른 두 허근
- } 실근 ($D \geq 0$)

0404 대표문제

이차방정식 $x^2-3x+2-k=0$ 은 실근을 갖고, 이차방정식 $x^2-2x+3-k=0$ 은 허근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

0405 상중하

이차방정식 $x^2-5x+k+2=0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 자연수 k 의 최댓값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

0406 상중하 서술형

두 이차방정식 $x^2-(a-1)x+a-1=0$,
 $2x^2-(a-1)x+2=0$ 이 모두 중근을 갖도록 하는 실수 a 의 값을 구하여라.

0407 상중하

이차방정식 $(k+2)x^2+2kx+k+3=0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

0408 상중하 서술형

x 에 대한 두 이차방정식

$$x^2+x+a=0, x^2+2ax+a^2+a-3=0$$

중 적어도 하나는 허근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

0409 상중하

x 에 대한 두 이차방정식 $x^2+7x-2a=0, x^2-2x-a=0$

중 어느 하나만 허근을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

유형 08 ~의 값에 관계없이 증근을 갖는 경우

k 의 값에 관계없이 증근을 갖는다.

⇒ 증근 조건을 먼저 이용하고, k 에 대한 항등식의 성질을 이용한다.

0410 대표문제

x 에 대한 이차방정식 $x^2-2(k-a)x+(k^2-6k+b)=0$ 이 k 의 값에 관계없이 증근을 가질 때, 실수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

0411 상중하

x 에 대한 이차방정식

$$x^2-2(k+a+b)x+k^2+ak+1=0$$

이 k 의 값에 관계없이 근이 단 한 개 존재할 때, 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라.

0412 상중하

x 에 대한 이차방정식

$$x^2+(am+b)x+m^2+c+2=0$$

이 m 의 값에 관계없이 증근을 가질 때, 실수 a, b, c 에 대하여 $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

유형 09 계수가 문자인 이차방정식의 판별

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 판별
 $\Rightarrow b^2-4ac$ 의 부호를 조사한다.

0413 대표 문제

x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+3-a=0$ 이 중근을 가질 때,
 이차방정식 $2x^2-ax+a+1=0$ 의 근을 판별하면?
 (단, a 는 $a>0$ 인 실수이다.)

- ① 실근을 갖는다.
- ② 중근을 갖는다.
- ③ 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ④ 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ⑤ 판별할 수 없다.

0414 상중하 서술형

x 에 대한 이차방정식 $x^2+6x-a=0$ 이 허근을 가질 때, 이차
 방정식 $x^2+3x-(a+1)=0$ 의 근을 판별하여라.
 (단, a 는 실수이다.)

0415 상중하

0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 가 성립할 때,
 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 근을 판별하여라.

유형 10 이차방정식의 판별식과 삼각형의 모양

삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c 일 때
 ① $a=b$ 또는 $b=c$ 또는 $c=a \Rightarrow$ 이등변삼각형
 ② $a=b=c \Rightarrow$ 정삼각형
 ③ $c^2=a^2+b^2 \Rightarrow$ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형

0416 대표 문제

x 에 대한 이차방정식 $(a-c)x^2+2bx+a+c=0$ 이 서로 다
 른 두 허근을 가질 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형
 ABC는 어떤 삼각형인지 구하여라.

0417 상중하

x 에 대한 이차방정식 $b(x^2-1)+2ax+c(1+x^2)=0$ 이 중
 근을 가질 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 어떤
 삼각형인지 구하여라.

유형 11 이차식이 완전제곱식이 될 조건

이차식 ax^2+bx+c 가 완전제곱식
 \Rightarrow 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 중근을 갖는다.
 \Rightarrow 판별식 $D=0$

0418 대표 문제

x 에 대한 이차식
 $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)$
 가 완전제곱식일 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은
 어떤 삼각형인지 구하여라.

0419 상중하

x 에 대한 이차식 $ax^2-2(k-1)x+k^2+a-bk$ 가 k 의 값에
 관계없이 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을
 구하여라.

유형 12 근과 계수의 관계를 이용한 식의 값 구하기

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

① $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}, \alpha\beta=\frac{c}{a}$

② $|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$ (단, α, β 는 실수)

0420 대표문제

이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta^2}{\alpha}+\frac{\alpha^2}{\beta}$ 의 값을 구하여라.

0421 상상

이차방정식 $2x^2+4x+3=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\alpha^2+\beta^2}{(\alpha-\beta)^2}$ 의 값을 구하여라.

0422 상상

이차방정식 $4x^2-8x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\alpha+\beta=2$ ② $\alpha\beta=\frac{1}{4}$ ③ $|\alpha-\beta|=\sqrt{3}$

④ $\alpha^2+\beta^2=\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{1}{1+\alpha}+\frac{1}{1+\beta}=\frac{2}{13}$

0423 상상

이차방정식 $x^2-4x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$ 의 값을 구하여라.

중요 유형 13 근과 계수의 관계를 이용하여 미정계수 구하기

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

① $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ ② $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

③ $a\alpha^2+b\alpha+c=0, a\beta^2+b\beta+c=0$ 을 이용하여 식의 값을 구한다.

0424 대표문제

x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2+bx+a=0$ 의 두 근은 $\alpha+1, \beta+1$ 이다. 이때 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

0425 상상

x 에 대한 이차방정식 $x^2-(k+1)x+k-1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha-\beta)^2=5$ 를 만족시키는 상수 k 의 값을 구하여라.

0426 상상

이차방정식 $x^2-2x-4=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha^2-3\alpha+1)(\beta^2-3\beta+1)$ 의 값을 구하여라.

0427 상상 **선술형**

이차방정식 $x^2-5x+2=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha^2-4\alpha+2}+\frac{\alpha}{\beta^2-4\beta+2}$ 의 값을 구하여라.

중요

유형 14 두 근 사이의 관계가 주어진 이차방정식

- (1) 두 근의 차가 $k \Rightarrow a, a+k$
 - (2) 두 근의 비가 $m : n \Rightarrow ma, na$
 - (3) 한 근이 다른 근의 k 배 $\Rightarrow a, ka$
 - (4) 두 근이 연속인 정수 $\Rightarrow a, a+1$
- 로 두 근을 놓고 근과 계수의 관계를 이용한다.

0428 대표문제

x 에 대한 이차방정식 $x^2+2x+a^2-2a=0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 모든 실수 a 의 값의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

0429 상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2+(k+1)x+2=0$ 의 한 근이 다른 근의 2배일 때, 자연수 k 의 값을 구하여라.

0430 상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2-(k+1)x+k=0$ 의 두 근의 비가 2:3일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

0431 상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2-ax+a+1=0$ 의 두 근이 연속된 자연수일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

중요

유형 15 이차방정식의 작성

α, β 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $(x-\alpha)(x-\beta)=0$, 즉 $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$
두 근의 합 두 근의 곱

0432 대표문제

이차방정식 $2x^2+3x+1=0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha+\frac{1}{\beta}, \beta+\frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식이 $2x^2+ax+b=0$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

0433 상중하 선술형

이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, α^2, β^2 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식이 $x^2+ax+b=0$ 이다. 이때 상수 a, b 의 값을 구하여라.

0434 상중하

x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 2, α 이고, x 에 대한 이차방정식 $x^2+(a+1)x+b-1=0$ 의 두 근이 1, β 일 때, a, b 를 두 근으로 하는 이차방정식은 $2x^2+px+q=0$ 이다. 이때 상수 p, q 의 곱 pq 의 값을 구하여라.

유형 16 잘못 보고 풀 이차방정식

- (1) 일차항의 계수를 잘못 보았다면
⇒ 두 근의 곱은 바르게 본 것이다.
- (2) 상수항을 잘못 보았다면
⇒ 두 근의 합은 바르게 본 것이다.

0435 대표문제

현정이와 성현이는 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 을 푸는데 현정이는 x 의 계수를 잘못 보고 풀어 두 근 $-3, 4$ 를 얻었고, 성현이는 상수항을 잘못 보고 풀어 두 근 $-2 \pm \sqrt{5}$ 를 얻었다. 이 이차방정식의 올바른 근을 구하여라.

0436 상중하

두 사람 A, B가 이차방정식 $x^2+px+q=0$ 을 푸는데, A는 p 의 값을 잘못 보고 풀어 두 근 $-5, -1$ 을 얻었고, B는 q 의 값을 잘못 보고 풀어 두 근 $3+2i, 3-2i$ 를 얻었다. 이때 실수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하여라.

유형 17 근을 이용한 이차식의 인수분해

(이차식)=0에서 근의 공식을 이용하여 두 근 α, β 를 구한 다음 $a(x-\alpha)(x-\beta)$ 꼴로 나타낸다.

0437 대표문제

복소수의 범위에서 이차식 $\frac{1}{2}x^2+x+1$ 을 인수분해할 때, 다음 중 인수인 것은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

- ① $x-1-2i$ ② $x-1+2i$ ③ $x-1-i$
- ④ $x+1+2i$ ⑤ $x+1-i$

0438 상중하

다음 이차식을 복소수의 범위에서 인수분해하여라.

- (1) x^2-2x+2 (2) $3x^2+2x+\frac{5}{3}$

중요 유형 18 이차방정식의 켈레근의 성질

- (1) 계수가 유리수인 이차방정식의 한 근이 $a+b\sqrt{m}i$ 이면 다른 한 근은 $a-b\sqrt{m}i$ 이다. (단, a, b 는 유리수, $b \neq 0, \sqrt{m}$ 은 무리수)
- (2) 계수가 실수인 이차방정식의 한 근이 $a+bi$ 이면 다른 한 근은 $a-bi$ 이다. (단, a, b 는 실수, $b \neq 0, i=\sqrt{-1}$)

0439 대표문제

x 에 대한 이차방정식 $x^2+px+2q=0$ 의 한 근이 $3+\sqrt{5}i$ 일 때, 유리수 p, q 에 대하여 $p-q$ 의 값은?

- ① -8 ② -6 ③ -2
- ④ 6 ⑤ 8

0440 상중하

두 실수 m, n 에 대하여 이차방정식 $x^2+mx+n=0$ 의 한 근이 $-1-i$ 일 때, $\frac{1}{m}, n$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식을 구하여라. (단, $i=\sqrt{-1}$)

0441 상중하 서술형

두 실수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $\frac{1}{1-i}$ 일 때, 다항식 $f(x)=x^2+ax+b$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라. (단, $i=\sqrt{-1}$)

유형 01 삼·사차방정식의 풀이

개념원리 수학(상) 147쪽

- (1) 인수정리에 의한 조립제법을 이용하여 구한다.
- (2) $f(a)=0$ 이면 $f(x)=(x-a)Q(x)$
- (3) $ABC=0$ 이면 $A=0$ 또는 $B=0$ 또는 $C=0$

0614 대표문제

사차방정식 $2x^4-3x^3-12x^2+7x+6=0$ 의 네 근 중 가장 큰 근과 가장 작은 근의 곱은?

- ① -6 ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$
 ④ 3 ⑤ 6

0615 상중하

다음 방정식을 풀어라.

- (1) $x^3-13x+12=0$
- (2) $x^3-2x^2-9x+18=0$
- (3) $x^4-4x^2+12x-9=0$
- (4) $x^4+x^3-5x^2+x-6=0$

0616 상중하

사차방정식 $x^4-3x^3+2x^2+2x-4=0$ 은 두 실근과 두 허근을 가진다. 서로 다른 두 실근의 합을 a , 서로 다른 두 허근의 곱을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

유형 02 공통부분이 있는 사차방정식의 풀이

- (1) 식 중에서 같은 부분이 있으면 치환하여 인수분해한다.
- (2) $(\quad)(\quad)(\quad)(\quad)=k$ (k 는 상수) 꼴 \Rightarrow 두 일차식의 상수항의 합이 서로 같아지도록 두 개씩 짝을 지어 전개한 후 공통부분을 치환한다.

0617 대표문제

사차방정식 $(x-1)x(x+1)(x+2)=3$ 의 실근의 합을 a , 허근의 곱을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

0618 상중하

사차방정식 $(x+1)(x-2)(x+3)(x+6)+14=0$ 의 모든 근의 곱을 구하여라.

0619 상중하

사차방정식 $(x^2-2x-4)(x^2-2x-2)-3=0$ 의 모든 실근의 곱을 구하여라.

0620 상중하

사차방정식 $x(x+1)(x+2)(x+3)-3=0$ 의 두 허근을 α , β 라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$ 의 값을 구하여라.

유형 03 복이차방정식 $ax^4+bx^2+c=0$ ($a \neq 0$)의 풀

- (1) $x^2=t$ 로 놓고 인수분해한다.
- (2) 인수분해가 안 될 때 $\Rightarrow A^2-B^2=0$ 꼴로 변형한 후 인수분해한다.

0621 대표 문제

사차방정식 $x^4-6x^2+1=0$ 의 모든 양의 근의 합은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$
- ④ $2+2\sqrt{2}$ ⑤ 4

0622 상중하

사차방정식 $x^4-8x^2+4=0$ 의 네 실근 중 가장 큰 근을 α , 가장 작은 근을 β 라 할 때, $\alpha-\beta$ 의 값을 구하여라.

0623 상중하

사차방정식 $x^4-14x^2+1=0$ 의 네 근을 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\delta}$ 의 값을 구하여라.

유형 04 상반방정식 $ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$ 꼴의 방정식

- (1) 양변을 x^2 으로 나눈다.
- (2) $x + \frac{1}{x} = t$ 로 치환한 후 t 에 대한 방정식을 푼다.

0624 대표 문제

사차방정식 $x^4-4x^3+5x^2-4x+1=0$ 의 한 실근을 α 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ 3
- ④ 5 ⑤ 7

0625 상중하

사차방정식 $x^4+5x^3-4x^2+5x+1=0$ 의 두 실근의 합을 구하여라.

0626 상중하

사차방정식 $x^4-2x^3-x^2-2x+1=0$ 의 두 실근을 α, β , 두 허근을 γ, δ 라 할 때, $\alpha\beta - \gamma\delta$ 의 값을 구하여라.

유형 05 근이 주어진 삼차·사차방정식의 미정계수 구하기

x 에 대한 방정식 $f(x)=0$ 의 한 근이 a 이면 $\Rightarrow f(a)=0$

0627 대표문제

x 에 대한 삼차방정식 $x^3-2x^2+kx+6=0$ 의 한 근이 3일 때, 다른 두 근의 곱은? (단, k 는 실수이다.)

- ① -4 ② -2 ③ 2
- ④ 4 ⑤ 6

0628 상중하

x 에 대한 사차방정식 $x^4-2x^3+x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 -1, 1일 때, 실수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

0629 상중하

x 에 대한 삼차방정식 $x^3+ax^2+7bx-12b=0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 나머지 한 근을 구하여라. (단, a, b 는 실수이다.)

0630 상중하

x 에 대한 사차방정식 $x^4+4x^3-2ax^2-(2a+1)x-10=0$ 의 한 근이 2일 때, 나머지 세 근 중 두 허근의 합을 구하여라.
(단, a 는 실수이다.)

유형 06 삼차방정식의 근의 조건

삼차방정식의 근의 판별

$\Rightarrow (x-a)(ax^2+bx+c)=0$ 꼴로 변형한 후 판별식을 이용한다.

0631 대표문제

x 에 대한 삼차방정식 $x^3-(a-3)x^2+ax-4=0$ 이 중근을 가질 때, 모든 실수 a 의 값의 합은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
- ④ 12 ⑤ 17

0632 상중하

x 에 대한 삼차방정식 $x^3-4x^2+(k+4)x-2k=0$ 의 근이 모두 실수가 되도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

0633 상중하

x 에 대한 삼차방정식 $3x^3+3x^2+kx+k=0$ 이 한 개의 실근과 두 개의 허근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하여라.

0634 상중하

x 에 대한 삼차방정식 $x^3+3x^2+(a-4)x-a=0$ 의 실근이 1뿐일 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

중요

개념원리 수학(상) 157쪽

유형 07 삼차방정식의 근과 계수의 관계

삼차방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

(1) $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$ (2) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$
 (3) $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

0635 대표 문제

삼차방정식 $x^3-5x^2+9x-5=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때,
 $\frac{\beta+\gamma}{\alpha} + \frac{\gamma+\alpha}{\beta} + \frac{\alpha+\beta}{\gamma}$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

0636 상 상 하 서술형

삼차방정식 $x^3+3x^2-5x+1=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때,
 $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2}$ 의 값을 구하여라.

0637 상 상 하

다음 물음에 답하여라.

- (1) 삼차방정식 $x^3+3x^2+4x-8=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $(\alpha-1)(\beta-1)(\gamma-1)$ 의 값을 구하여라.
 (2) 삼차방정식 $x^3+12x^2+ax+b=0$ 의 세 근의 비가 1:2:3일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

유형 08 삼차방정식의 작성

α, β, γ 를 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식

$\Leftrightarrow x^3 - \underbrace{(\alpha+\beta+\gamma)}_{\text{세 근의 합}}x^2 + \underbrace{(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)}_{\text{두 근끼리의 곱의 합}}x - \underbrace{\alpha\beta\gamma}_{\text{세 근의 곱}} = 0$

0638 대표 문제

삼차방정식 $x^3+3x^2-2x-1=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때,
 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ 을 세 근으로 하는 삼차방정식은

$x^3+ax^2+bx+c=0$ 이다. 이때 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

- ① -12 ② -6 ③ 6
 ④ 12 ⑤ 18

0639 상 상 하

삼차방정식 $x^3+2x+1=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때,
 $\alpha+\beta, \beta+\gamma, \gamma+\alpha$ 를 세 근으로 하고 x^3 의 계수가 1인 삼차방정식을 구하여라.

0640 상 상 하

삼차방정식 $x^3-3x^2-2x+a=0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면
 삼차방정식 $x^3+bx^2+cx+12=0$ 의 세 근은 $\alpha+1, \beta+1, \gamma+1$ 이다. 이때 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.